**Sudoku**

Durante l’estate impazza un nuovo passatempo: il sudoku. Data una matrice 9x9, formata da nove matrici più piccole 3x3, bisogna inserire una cifra da 1 a 9 in ciascuna casella in modo che:

* ogni cifra compaia una volta su ogni riga,
* ogni cifra compaia una volta su ogni colonna,
* ogni cifra compaia una volta in ognuna delle 9 matrici 3x3.

Alcuni degli 81 elementi sono già dati, gli altri sono da decidere.

Dopo essersi divertito a risolvere il gioco con carta e penna lo studente di Ricerca Operativa, per prepararsi all’appello estivo, vuole formularlo matematicamente in modo da poterlo risolvere automaticamente.

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file SUDOKU.TXT.

**Soluzione**

Una soluzione del gioco consiste in un assegnamento di valori interi alle celle di una matrice. Per imporre che i valori compaiano una e una sola volta è opportuno rappresentare la soluzione come un assegnamento binario tra le celle e le cifre decimali. Si usano perciò variabili binarie di assegnamento con tre indici, uno per la riga, uno per la colonna e uno per la cifra decimale.

Indichiamo con “macro-riga” e “macro-colonna” l’insieme di tre righe o tre colonne adiacenti (due nel nostro esempio su scala ridotta), le cui intersezioni definiscono i riquadri nei quali le cifre devono comparire esattamente una volta.

Non c’è funzione obiettivo poiché il problema consiste nel trovare una soluzione ammissibile, non nell’ottimizzare.

I vincoli di assegnamento impongono che:

* per ogni riga e per ogni colonna esista una cifra assegnata;
* per ogni riga e per ogni cifra esista una colonna assegnata;
* per ogni colonna e per ogni cifra esista una riga assegnata;
* per ogni riquadro (coppia macro-riga/macro-colonna) e per ogni cifra esista una posizione assegnata tra quelle comprese nel riquadro.

I primi tre insiemi di vincoli sono molto facili da scrivere. Il quarto insieme di vincoli presenta qualche piccola difficoltà tecnica in più, perché occorre identificare quali siano le righe e le colonne che appartengono rispettivamente ad ogni macro-riga e macro-colonna. L’indice *i* indica righe della macroriga *ii* (quando sia *i* che *ii* partono da 1) se cade tra *(ii-1)\*N+1* e *ii\*N*, dove *N* vale 3 nel sudoku normale e 2 nel nostro esempio ridotto. Idem per le colonne.

Infine, bisogna fissare ad 1 le variabili di assegnamento che corrispondono ai valori dati.